

## **Тема: «Задачи математической статистики»**

### **1. Задачи математической статистики.**

Установление закономерностей, которым подчинены массовые случайные явления, основано на изучении методами теории вероятностей статистических данных — результатов наблюдений.

● *Первая задача математической статистики—указать способы сбора и группировки статистических сведений, полученных в результате наблюдений или в результате специально поставленных экспериментов.*

● *Вторая задача математической статистики—разработать методы анализа статистических данных в зависимости от целей исследования. Сюда относятся:*

*а) оценка неизвестной вероятности события; оценка неизвестной функции распределения; оценка параметров распределения, вид которого известен; оценка зависимости случайной величины от одной или нескольких случайных величин и др.;*

*б) проверка статистических гипотез о виде неизвестного распределения или о величине параметров распределения, вид которого известен.*

Современная математическая статистика разрабатывает способы определения числа необходимых испытаний до начала исследования (планирование эксперимента), в ходе исследования (последовательный анализ) и решает многие другие задачи. Современную математическую статистику определяют как науку о принятии решений в условиях неопределенности.

● *Итак, задача математической статистики состоит в создании методов сбора и обработки статистических данных для получения научных и практических выводов.*

### **2. Способы сбора статистических данных.**

#### **2.1. Генеральная и выборочная совокупности.**

Пусть требуется изучить совокупность однородных объектов относительно некоторого качественного или количественного признака, характеризующего эти объекты. Например, если имеется партия деталей, то качественным признаком может служить стандартность детали, а количественным—контролируемый размер детали.

Иногда проводят сплошное обследование, т. е. обследуют каждый из объектов совокупности относительно признака, которым интересуются. На практике, однако, сплошное обследование применяют сравнительно редко. Например, если совокупность содержит очень большое число объектов, то провести сплошное обследование физически невозможно. Если обследование объекта связано с его уничтожением или требует больших материальных затрат, то проводить сплошное обследование практически не имеет смысла. В таких случаях случайно отбирают из всей совокупности ограниченное число объектов и подвергают их изучению. Различают генеральную и выборочную совокупности:

● *Генеральной совокупностью называют совокупность всех мысленно возможных объектов данного вида, над которыми проводятся наблюдения с целью получения конкретных значений случайной величины, или совокупность результатов всех мыслимых наблюдений, проводимых в неизменных условиях над одной из случайных величин, связанных с данным видом объектов.*

*Замечание:* Часто генеральная совокупность содержит конечное число объектов.

Однако если это число достаточно велико, то иногда в целях упрощения вычислений допускают, что генеральная совокупность состоит из бесчисленного множества объектов. Такое допущение оправдывается тем, что увеличение объема генеральной совокупности (достаточно большого объема) практически не сказывается на результатах обработки данных выборки.

● *Выборочной совокупностью называют часть отобранных объектов из генеральной совокупности.*

● *Объемом совокупности (выборочной или генеральной) называют число объектов этой совокупности. Например, если из 1000 деталей отобрано для обследования 100 деталей, то объем генеральной совокупности  $N = 1000$ , а объем выборки  $n = 100$ .*

Число объектов генеральной совокупности  $N$  значительно превосходит объем выборки  $n$ .

## **2.2. Способы выборки.**

При составлении выборки можно поступать двумя способами: после того как объект отобран и над ним произведено наблюдение, он может быть возвращен либо не возвращен в генеральную совокупность. В соответствии со сказанным выборки подразделяют на *повторные* и *бесповторные*.

● *Повторной называют выборку, при которой отобранный объект (перед отбором следующего) возвращается в генеральную совокупность.*

● *Бесповторной называют выборку, при которой отобранный объект в генеральную совокупность не возвращается.*

На практике обычно пользуются бесповторным случайным отбором.

Для того чтобы по данным выборки можно было достаточно уверенно судить об интересующем признаке генеральной совокупности, необходимо, чтобы объекты выборки правильно его представляли. Другими словами, выборка должна правильно представлять пропорции генеральной совокупности. Это требование коротко формулируют так: выборка должна быть *репрезентативной* (представительной).

● *В силу закона больших чисел можно утверждать, что выборка будет репрезентативной, если ее осуществить случайно: каждый объект выборки отобран случайно из генеральной совокупности, если все объекты имеют одинаковую вероятность попасть в выборку.*

На практике применяются различные способы отбора. Принципиально эти способы можно подразделить на два вида:

1. Отбор, не требующий расчленения генеральной совокупности на части. Сюда относятся: а) простой случайный бесповторный отбор; б) простой случайный повторный отбор.

2. Отбор, при котором генеральная совокупность разбивается на части. Сюда относятся: а) типический отбор; б) механический отбор; в) серийный отбор.

● *Простым случайным* называют такой отбор, при котором объекты извлекают по одному из всей генеральной совокупности и после обследования не возвращают (бесповторный отбор) или возвращают (повторный отбор) в генеральную совокупность.

● *Типическим* называют отбор, при котором объекты отбираются не из всей генеральной совокупности, а из каждой ее «типической» части. Например, если детали изготавливают на нескольких станках, то отбор производят не из всей совокупности деталей, произведенных всеми станками, а из продукции каждого станка в отдельности.

Типическим отбором пользуются тогда, когда обследуемый признак заметно колеблется в различных типических частях генеральной совокупности.

Например, если продукция изготавливается на нескольких машинах, среди которых есть более и менее изношенные, то здесь типический отбор целесообразен.

● *Механическим* называют отбор, при котором генеральную совокупность «механически» делят на столько групп, сколько объектов должно войти в выборку, а из каждой группы отбирают один объект. Например, если нужно отобрать 20% изготовленных станком деталей, то отбирают каждую пятую деталь; если требуется отобрать 5% деталей, то отбирают каждую двадцатую деталь, и т. д. Следует указать, что иногда механический отбор может не обеспечить репрезентативности выборки.

● *Серийным* называют отбор, при котором объекты отбирают из генеральной совокупности не по одному, а «сериями», которые подвергаются сплошному обследованию. Например, если изделия изготавливаются большой группой станков-автоматов, то подвергают сплошному обследованию продукцию только нескольких станков. Серийным отбором пользуются тогда, когда обследуемый признак колеблется в различных сериях незначительно.